پیش‌بینی ظرفیت باربری نهایی پی‌های سطحی واقع بر خاک‌های دانه‌ای بااستفاده از مدل درختی M5P*

وحید رضا کوهستانی [۱] محمود حسنلوراد [۲] محمدرضا بازرگان لاری [۳]

چکیده *پیش‌بینی ظرفیت باربری نهایی پی‌های سطحی یکی از مسائل اساسی در مهندسی ژئوتکنیک است و تاکنون روش‌های متفاوتی برای پیش‌بینی دقیق آن ارائه شده است. در سال‌های اخیر، روش‌های محاسبات نرم مانند شبکه‌های عصبی مصنوعی (ANN) و ماشین‌های بردار پشتیبان (SVM) برای پیش‌بینی ظرفیت باربری نهایی پی‌های سطحی مورد استفاده قرار گرفته است. با این حال، در این روش‌ها فرآیند مدل‌سازی پیچیده است و استفاده از آنها مانند روش‌های تجربی آسان نیست. در این تحقیق، از مدل درختی M5P به‌عنوان یک روش محاسبات نرم جدید، برای پیش‌بینی ظرفیت باربری نهایی پی‌های سطحی استفاده شده است. مزیت اصلی مدل‌های درختی نسبت به شبکه‌های عصبی مصنوعی و ماشین‌های بردار پشتیبان، سادگیِ کاربرد و مهم‌تر از آن، قوانین ریاضی قابل درک است. به‌منظور توسعه و ارزیابی مدل از نتایج آزمون‌های تجربی آزمایشگاهی پی‌های سطحی روی خاک‌های دانه‌ای با متغیرهای زاویهٔ اصطکاک داخلی، وزن مخصوص خاک و هندسهٔ پی شامل عمق، عرض و طول پی استفاده شده است. نتایج به‌دست آمده از مدل پیشنهادی با نتایج حاصل از فرمول‌های محاسباتی Meryehof، Hansen و Vesic مقایسه شده است. نتایج نشان می‌دهد که مدل درختی M5P نسبت به روش‌های نظری مذکور عملکرد بهتری دارد.*

واژه‌های کلیدی روش‌های محاسبات نرم؛ مدل درختی M5P؛ پی‌های سطحی؛ ظرفیت باربری نهایی.

Prediction the Ultimate Bearing Capacity of Shallow Foundations on the Cohesionless Soils Using M5P Model Tree

V.R. Kohestani M. hassanlourad M.R. Bazargan-Lari

Abstract *Bearing capacity prediction of shallow foundation is one of the most important problems in geotechnical engineering practices, with a wide variety range of methods which have been introduced to forecast it accurately. Recently, soft computing methods such as Artificial Neural Networks (ANNs) and Support Vector Machines (SVMs) have been used for prediction of the ultimate bearing capacity of shallow foundation. However, in these methods the modeling process is complex and are not as easy to use as the empirical equations. In this paper, M5P model tree as a new soft computing method has been used for prediction of the ultimate bearing capacity of shallow foundation. The main advantage of model tree is that, compared to ANN and SVM, they are easier to use and more importantly they represent understandable mathematical rules. Laboratory experimental tests of shallow foundations on cohesionless soils were used with parameters of the internal friction angle, the unit weight of the soil, and the geometry of a foundation considers depth, width, and length to develop and test the model. The results achieved from the proposed model was compared with those obtained from the Meyerhof, Hansen and Vesic computation formulas. The results indicate that M5P model tree perform better than the mentioned theoretical methods.*

Key Words Soft computing methods, M5P model tree, Shallow foundations, Ultimate bearing capacity.

---

* تاریخ دریافت مقاله ۹۳/۱/۲۲ و تاریخ پذیرش آن ۹٤/۵/۱۸ می‌باشد.

(۱) کارشناس ارشد مهندسی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران مرکزی.

(۲)نویسندهٔ مسئول: استادیار دانشکدهٔ فنی، دانشگاه بین‌المللی امام خمینی (ره)، قزوین.

(۳) استادیار دانشکدهٔ فنی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران شرق.

مقدمه

پی‌های با نسبت عمق به عرض کمتر و یا مساوی چهار ($D/B \leq 4$) را پی‌های سطحی می‌نامند. در طراحی پی‌های سطحی نیاز به ارضای دو شرط اساسی وجود دارد؛ ظرفیت باربری نهایی و میزان نشست پی. ظرفیت باربری نهایی (q_{ult}) حداکثر تنشی است که از پی به خاک زیرین وارد می‌شود و خاک می‌تواند بدون گسیختگی برشی آن را تحمل نماید. محققان مختلفی ظرفیت باربری پی‌ها را مورد بررسی قرار داده‌اند که از مهم‌ترین آنها می‌توان به روابط ارائه‌شده توسط Terzaghi [1]، Meyehof [2]، Hansen [3] و Vesic [4] اشاره کرد. روش‌های موجود برای تعیین ظرفیت باربری پی‌های سطحی را می‌توان در چهار گروه کلی به شرح روش تعادل حدی [5]، روش خطوط مشخصه (Slip Line Method) [6]، روش آنالیز حدی [7] و روش المان محدود [8] دسته‌بندی نمود. از آنجا که تعیین دقیق عوامل مؤثر در ظرفیت باربری پی‌ها مشکل و در برخی موارد غیرممکن می‌باشند لذا پیش‌بینی قطعی ظرفیت باربری پی‌ها بسیار دشوار است. اکثر روش‌های موجود با اعمال فرضیاتی در مورد عوامل مؤثر در ظرفیت باربری پی، مسئله را ساده کرده‌اند ولی معمولاً این فرضیات با نتایج آزمایش‌ها در تناقض است. روش ایده‌آل برای بررسی ظرفیت باربری پی شامل روش‌های آزمایشگاهی و مدل‌سازی با مقیاس واقعی است. با این حال این روش‌ها مشکلات عملی و اقتصادی خود را دارند. این مشکلات، استفاده از این روش‌ها را محدود و کم می‌کند. برای رفع این مشکلات مدل‌های با مقیاس کوچک به‌عنوان جایگزین به‌کار گرفته می‌شود.

در سال‌های اخیر روش‌های محاسبات نرم (Soft Computing Approaches) به‌عنوان روش‌های جدید برای مدل‌سازی روابط پیچیده مورد استفاده قرارگرفته‌اند[11-9]. مزیت عمدهٔ این روش‌ها این است که تنها با داشتن مجموعه‌ای از داده‌های مؤثر بر متغیر هدف، قادر به تخمین آن می‌باشند. از جمله این روش‌ها شبکه‌های عصبی مصنوعی، منطق فازی، ماشین‌های بردار پشتیبان و روش الگوریتم ژنتیک هستند که برای تخمین ظرفیت باربری پی‌های سطحی مورد استفاده قرارگرفته‌اند [15-12]. این مطالعات نشان دادند که روش‌های محاسبات نرم در مقایسه با فرمول‌های تحلیلی از دقت بیشتری برخوردار هستند.

مدل درختی M5P به‌عنوان یکی از رایج‌ترین الگوریتم‌های درخت تصمیم، از جمله مدل‌های با کارایی مناسب و هزینهٔ محاسباتی اندک برای پیش‌بینی و مدل‌سازی سیستم‌های پیچیده است. این مدل‌ها یکی از روش‌های نسبتاً جدید و قدرتمند هوش محاسباتی است که به‌علت قابلیت مناسب آن، توسط محققان مختلفی مورد استفاده قرار گرفته است [16]. در برخی از مطالعات اخیر سعی شده است تا مدل درختی M5P با شبکه‌های عصبی مقایسه شود[19-17]. در این مدل براساس مهم‌ترین متغیرهای ورودی، داده‌ها به گروه‌های مجزا تفکیک می‌شوند و برای هر گروه، یک معادلهٔ رگرسیون خطی چندمتغیره برای محاسبهٔ متغیر خروجی (هدف) ارائه می‌شود. سادگی محاسبه‌ها، دقت نتایج و قابلیت تعمیم نتایج از مهم‌ترین برتری‌های این روش است. با این حال تاکنون عملکرد مدل درختی در تخمین ظرفیت باربری پی‌های سطحی مورد ارزیابی قرار نگرفته است. در این مطالعه با استفاده از مدل درختی M5P، مدلی برای پیش‌بینی ظرفیت باربری پی‌های سطحی ایجاد شده است.

مدل درختی M5P

با رشد فناوری اطلاعات و روش‌های تولید و جمع‌آوری داده‌ها و نیز تسهیل دسترسی به تعداد زیادی از داده‌ها، داده‌کاوی و استخراج دانش از این داده‌ها توجه زیادی را به‌سوی خود جلب نموده است. یکی از روش‌ها و الگوریتم‌های به‌کارگیری داده‌کاوی بر روی مجموعه‌ای از داده‌ها، درخت تصمیم‌گیری

است که بسته به شرایط مسئله و نیز مشخصات داده‌ها، دارای الگوریتم‌ها و زیرمجموعه‌های گوناگونی است. هنگامی که درخت تصمیم‌گیری به‌منظور پیش‌بینی متغیرهای عددی (پیوسته) مورد استفاده قرار گیرد، در این حالت به درخت ساخته‌شده درخت رگرسیونی می‌گویند. در واقع درخت رگرسیونی دارای همان ساختار درخت تصمیم است با این تفاوت که در گره برگ به‌جای نمایش دادن کلاس و دستهٔ داده‌ها، مقادیر متوسط متغیر هدف داده‌های رسیده به آن گره را نمایش می‌دهد و این مقدار را به‌عنوان برچسب آن کلاس نمایش می‌دهد. در برخی موارد درخت رگرسیونی به‌جای پیش‌بینی یک عدد در گره برگ، مدل‌های خطی را که شامل متغیرهای مختلف می‌باشند ارائه می‌دهد. در این حالت به ساختار درخت‌مانند تولیدشده مدل درختی می‌گویند. از این نظر مدل‌های درختی مشابه با توابع چند ضابطه‌ای می‌باشند[20].

یکی از رایج‌ترین الگوریتم‌های مدل درختی، الگوریتم M5 است. این الگوریتم اولین بار توسط کوئینلن (Quinlan) در سال ۱۹۹۲ پیشنهاد شد [21] و سپس الگوریتم M5P (یا M5′) که در واقع بازسازی منطقی و توسعه‌یافته از M5 است، توسط ونگ و ویتن (Wang and Witten) در سال ۱۹۹۷ معرفی شد[22].

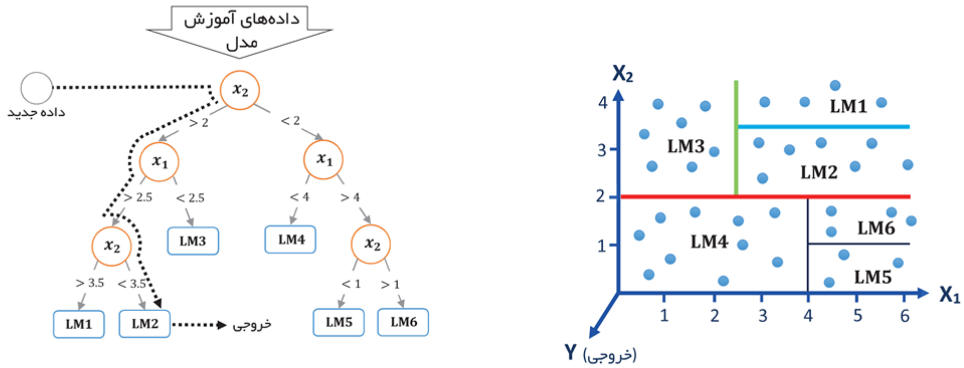
نحوهٔ ساخت مدل درختی بسیار ساده است. در مرحلهٔ اول یک الگوریتم ساخت درخت، برای ایجاد درخت به‌کار گرفته می‌شود. سپس در مرحلهٔ دوم، درخت ساخته‌شده با توجه به مقادیر خطا در برگ‌ها و زیردرخت‌ها هرس می‌گردد.

معیار جداسازی برای تعیین بهترین متغیر برای جداسازی بخشی از مقادیر دسته‌ای که به یک گره خاص می‌رسند، براساس انحراف معیار مقادیر دسته‌ای و محاسبهٔ کاهش مورد انتظار در این خطا به عنوان نتیجه آزمون هر صفت در آن گره است. کاهش انحراف معیار از رابطه (۱) محاسبه می‌شود[22]:

$$\mathrm{SDR} = \mathrm{sd}(T) - \sum \frac{|T_i|}{|T|}\mathrm{sd}(T_i) \qquad (۱)$$

که در آن T دسته‌ای از نمونه‌ها هستند که به گره می‌رسند، T_i مجموعه‌های هستند که از تقسیم کردن گره براساس صفت انتخابی به‌دست آمده‌اند و sd انحراف از معیار است.

بعد از انجام تمام آزمون‌های ممکن بر روی صفات، آن‌گاه M5P آن صفتی را به‌عنوان صفت جداکننده و شاخه‌زنی انتخاب می‌نماید که بتواند کاهش خطای بیشتری در این گره ایجاد نماید. فرآیند تقسیم داده‌ها تا زمانی ادامه می‌یابد که مقادیر متغیر هدف نمونه‌های رسیده به یک گره تغییرات اندکی داشته باشند و یا این‌که تعداد نمونه‌های کمی در گره باقی بمانند [۲۱]. بعد از ساخت درخت، برای هر گره داخلی یک مدل رگرسیون خطی ساخته می‌شود. سپس این مدل‌ها با کنار گذاشتن صفاتی که باعث کاهش خطا می‌شوند، ساده‌سازی می‌گردند. پس از این ساده‌سازی هرس کردن درخت انجام می‌پذیرد. برای هرس نمودن درخت ایجادشده، مقدار خطای مدل موجود در گره داخلی انتهای درخت با مقدار خطای زیردرخت آن گره مقایسه می‌گردد. آن‌گاه بسته به این‌که خطای کدام یک کمتر است، آن گره به زیردرخت و یا مدل خطی گره ساده می‌شود. در انتها نیز عملیات هموارسازی (Smoothing) به‌منظور حذف ناپیوستگی‌های به‌وجود آمده بین گره‌های برگ مجاور انجام می‌پذیرد. در این مرحله مدل نهایی موجود در برگ، از ترکیب مدل به‌دست آمده در آن برگ با مدل‌های موجود در مسیر ریشه تا گره برگ مربوط به‌دست می‌آید [۲۲]. شکل (۱) مثالی از الگوریتم مدل درختی 'M5 را با شش مدل رگرسیون خطی نشان می‌دهد.



شکل ۱ مثالی از الگوریتم مدل درختی M5' با شش مدل رگرسیون خطی

روش‌های متداول محاسبهٔ ظرفیت باربری پی‌های سطحی

Terzaghi [۱] در سال ۱۹۴۳ یک معادله نیمه‌تجربی معروف را برای تخمین ظرفیت باربری پی‌های سطحی ارائه کرد. با این حال در روش Terzaghi از مقاومت برشی سطح شکست خاک بالای کف پی و هم‌چنین اثر بارهای غیر قائم صرف‌نظر شده است. Mayerhof با در نظر گرفتن این عوامل رابطه عمومی زیر را در خاک دانه‌ای ارائه کرد:

$$q_u = \gamma D N_q F_{qs} F_{qd} F_{qi} + \frac{1}{2}\gamma B N_\gamma F_{\gamma s} F_{\gamma d} F_{\gamma i} \qquad (۲)$$

که در آن، q_u ظرفیت باربری نهایی پی سطحی، γ وزن واحد حجم خاک، D عمق پی، B عرض پی، N_c، N_q، N_γ به‌ترتیب ضرایب ظرفیت باربری چسبندگی، سربار و چگالی ظرفیت باربری پی، F_{cs}، F_{qs}، $F_{\gamma s}$ ضرایب شکل پی، F_{cd}، F_{qd} و $F_{\gamma d}$ ضرایب عمق پی و F_{ci}، F_{qi} و $F_{\gamma i}$ ضرایب انحراف بار هستند.

بسیاری از مهندسان ژئوتکنیک برای محاسبهٔ ظرفیت باربری نهایی پی‌های سطحی واقع بر خاک‌های دانه‌ای از رابطهٔ (۲) به‌عنوان معادلهٔ اساسی استفاده می‌کنند. پارامترهای مورد نیاز برای استفاده از روش مایرهوف در روابط (۳) تا (۷) آورده شده است.

$$K_p = \tan\left(45 + \frac{\varphi}{2}\right)^2 \qquad (۳)$$

$$N_q = e^{\pi \tan\varphi} \tan^2\left(45 + \frac{\varphi}{2}\right) \qquad (٤)$$

$$N_\gamma = (N_q - 1)\tan(1.4\varphi) \qquad (۵)$$

$$F_{qs} = F_{\gamma s} = \begin{cases} 1 + 0.2K_p \dfrac{B}{L} & , \ \varphi > 10 \\ 1 & , \ \varphi = 0 \end{cases} \qquad (٦)$$

$$F_{qd} = F_{\gamma d} = \begin{cases} 1 + 0.1\sqrt{K_p}\dfrac{D}{B} & , \varphi > 10 \\ 1 & , \varphi = 0 \end{cases} \qquad (۷)$$

سپس Hansen [۳] و Vesic [٤] با ارائهٔ روابط دیگری برای تعیین فاکتور شکل، عمق و امتداد بار و هم‌چنین با در نظر گرفتن فاکتور شیب سطح زمین و شیب کف پی، رابطهٔ Mayerhof را اصلاح کردند.

طراحی مدل

داده‌های استفاده‌شده برای ساخت مدل. به‌منظور دست‌یابی به یک مدل کارآمد برای پیش‌بینی ظرفیت باربری پی نیاز به شناسایی پارامترهای مؤثر بر ظرفیت باربری پی است. این پارامترها شامل اطلاعاتی درباره پی و خاک است. طبق مطالعات Foye و همکارانش [23] مهم‌ترین پارامترهای مؤثر بر میزان ظرفیت باربری نهایی (q_u) پی‌های سطحی روی خاک‌های ماسه‌ای

عبارت‌اند: از عرض پی (B)، عمق پی (D) طول پی (L)، زاویهٔ اصطکاک داخلی (φ) و وزن مخصوص خاک (γ).

در این تحقیق برای آموزش و ارزیابی مدل درختی M5P از داده‌های منتشرشده توسط Gandhi [24]استفاده شده است. این داده‌ها توسط محققان دیگری نیز مورد استفاده قرار گرفته است[15, 13, 12]
.

داده‌ها شامل ۵۰ آزمایش بارگذاری در مقیاس کوچک است که محدودهٔ وسیعی از انواع پی‌ها با ابعاد مختلف که به‌صورت مرکزی و بدون شیب روی خاک‌های ماسه‌ای تحت بارگذاری قرارگرفته‌اند را شامل می‌شود. در جدول (۱) مجموعه داده‌های استفاده‌شده ارائه شده است. داده‌های مورد استفاده به دو دستهٔ آموزشی (۸۰ درصد داده‌ها) و داده‌های ارزیابی (۲۰ درصد داده‌ها) تقسیم شده‌اند. در تقسیم‌بندی داده‌ها طبق پیشنهاد Shahin و همکاران [25] سعی شده است تا مشخصات آماری داده‌های آموزش و آزمون شبیه هم باشد. در جدول (۲) مشخصات آماری داده‌ها شامل کمینه، بیشینه، میانگین و انحراف از معیار مجموعه داده‌های آموزش و آزمون به‌صورت جداگانه ارائه شده است.

در سال ۲۰۱۳، Tsai و همکارانش [15] از داده‌های مذکور برای تخمین ظرفیت باربری نهایی پی‌های سطحی با استفاده از سه روش مبتنی بر سیستم برنامه‌نویسی الگوریتم ژنتیک (GPS) استفاده کردند. نتایج نشان داد که روش‌های مذکور با دقت بهتری نسبت به روش‌های تحلیلی قادر به تخمین ظرفیت باربری پی‌های سطحی است. مقادیر ریشهٔ میانگین مربعات خطا (RMSE) برای مدل‌های بهینه در جدول (۳) آورده شده است.

در این تحقیق برای آموزش مدل و ارزیابی آن بر داده‌های آزمون از نرم‌افزار WEKA [26] برای ساخت مدل M5P استفاده شده است.

جدول ۱داده‌های مورد استفاده برای توسعه مدل درختیM5P [22]

B(cm)	D(cm)	L/B	$\gamma(kN/m^3)$	$\varphi(°)$	$q_u(kPa)$
۵/۸۵	۲/۹	۵/۹۵	۱۵/۷	۳٤	۵۸/۵
۵/۸۵	۵/۸	۵/۹۵	۱۵/۷	۳٤	۷۰/۹۱
۵/۸۵	۲/۹	۵/۹۵	۱٦/۱	۳۷	۸۲/۵
۵/۸۵	۵/۸	۵/۹۵	۱٦/۱	۳۷	۹۸/۹۳
۵/۸۵	۲/۹	۵/۹۵	۱٦/۵	۳۹/۵	۱۲۱/۵
۵/۸۵	۵/۸	۵/۹۵	۱٦/۵	۳۹/۵	۱٤۲/۹
۵/۸۵	۲/۹	۵/۹۵	۱٦/۸	٤۱/۵	۱۵۷/۵
۵/۸۵	۵/۸	۵/۹۵	۱٦/۸	٤۱/۵	۱۸٤/۹
۵/۸۵	۲/۹	۵/۹۵	۱۷/۱	٤۲/۵	۱۸۰/۵
۵/۸۵	۵/۸	۵/۹۵	۱۷/۱	٤۲/۵	۲۱۱
۹/٤	٤/۷	٦	۱۵/۷	۳٤	۷٤/۷
۹/٤	۹/٤	٦	۱۵/۷	۳٤	۹۱/۵
۹/٤	٤/۷	٦	۱٦/۱	۳۷	۱۰٤/۸
۹/٤	۹/٤	٦	۱٦/۱	۳۷	۱۲۷/۵
۹/٤	٤/۷	٦	۱٦/۵	۳۹/۵	۱۵۵/۸
۹/٤	۹/٤	٦	۱٦/۵	۳۹/۵	۱۸۵/٦
۹/٤	٤/۷	٦	۱٦/۸	٤۱/۵	۲۰٦/۸
۹/٤	۹/٤	٦	۱٦/۸	٤۱/۵	۲٤٤/٦
۹/٤	٤/۷	٦	۱۷/۱	٤۲/۵	۲۳۵/٦
۹/٤	۹/٤	٦	۱۷/۱	٤۲/۵	۲۷۹/٦
۱۵/۲	۷/۵	۵/۹۵	۱۵/۷	۳٤	۹۸/۲
۱۵/۲	۱۵	۵/۹۵	۱۵/۷	۳٤	۱۲۲/۳
۱۵/۲	۷/۵	۵/۹۵	۱٦/۱	۳۷	۱٤۳/۳
۱۵/۲	۱۵	۵/۹۵	۱٦/۱	۳۷	۱۷٦/٤
۱۵/۲	۷/۵	۵/۹۵	۱٦/۵	۳۹/۵	۲۱۱/۲
۱۵/۲	۱۵	۵/۹۵	۱٦/۵	۳۹/۵	۲۵٤/۵
۱۵/۲	۷/۵	۵/۹۵	۱٦/۸	٤۱/۵	۲۸۵/۳
۱۵/۲	۱۵	۵/۹۵	۱٦/۸	٤۱/۵	۳٤۲/۵
۱۵/۲	۷/۵	۵/۹۵	۱۷/۱	٤۲/۵	۳۳۵/۳
۱۵/۲	۱۵	۵/۹۵	۱۷/۱	٤۲/۵	٤۰۰/٦
۹/٤	٤/۷	۱	۱۵/۷	۳٤	٦۷/۷
۹/٤	۹/٤	۱	۱۵/۷	۳٤	۹۰/۵
۹/٤	٤/۷	۱	۱٦/۱	۳۷	۹۸/۸
۹/٤	۹/٤	۱	۱٦/۱	۳۷	۱۳۱/۵
۹/٤	٤/۷	۱	۱٦/۵	۳۹/۵	۱٤۷/۸
۹/٤	۹/٤	۱	۱٦/۵	۳۹/۵	۱۹۱/٦
۹/٤	٤/۷	۱	۱٦/۸	٤۱/۵	۱۹٦/۸
۹/٤	۹/٤	۱	۱٦/۸	٤۱/۵	۲۵۳/٦
۹/٤	٤/۷	۱	۱۷/۱	٤۲/۵	۲۲۸/۸
۹/٤	۹/٤	۱	۱۷/۱	٤۲/۵	۲۹۵/٦
۱۵/۲	۷/۵	۱	۱۵/۷	۳٤	۹۱/۲
۱۵/۲	۱۵	۱	۱۵/۷	۳٤	۱۲٤/٤
۱۵/۲	۷/۵	۱	۱٦/۱	۳۷	۱۳۵/۲
۱۵/۲	۱۵	۱	۱٦/۱	۳۷	۱۸۲/٤
۱۵/۲	۷/۵	۱	۱٦/۵	۳۹/۵	۲۰۱/۲
۱۵/۲	۱۵	۱	۱٦/۵	۳۹/۵	۲٦٤/۵
۱۵/۲	۷/۵	۱	۱٦/۸	٤۱/۵	۲۷٦/۳
۱۵/۲	۱۵	۱	۱٦/۸	٤۱/۵	۳٦۱/۵
۱۵/۲	۷/۵	۱	۱۷/۱	٤۲/۵	۳۲۵/۳
۱۵/۲	۱۵	۱	۱۷/۱	٤۲/۵	٤۲۳/٦
٦	۰	۱	۱۳/۲	۳۲	۱٤
٦	۰	۱	۱٤/۸	٤۲	۷۲
٦	۰	۱	۱۵/٤	٤۲	۱۰٦

جدول ۲ مشخصات آماری مجموعه داده‌های ورودی و خروجی مدل

پارامتر	مجموعه داده‌های آموزش				مجموعه داده‌های آزمون			
	کمینه	بیشینه	میانگین	انحراف از معیار	کمینه	بیشینه	میانگین	انحراف از معیار
B (m)	۰/۰۵۹	۰/۱۵۲	۰/۱۱۲	۰/۰۳۷	۰/۰۵۹	۰/۱۵۲	۰/۱۰۱	۰/۰۳۹
D (m)	۰/۰۲۹	۰/۱۵	۰/۰۸٤	۰/۰٤۱	۰/۰۲۹	۰/۱۵	۰/۰۷۳	۰/۰۳٤
L/B	۱	٦	٤/۱۰٤	۲/٤۳۵	۱	٦	۳/٤۸۵	۲/٦۱۹
γ kN/m^3	۱۵/۷	۱۷/۱	۱٦/٤۲	۰/۵۲	۱۵/۷	۱۷/۱	۱٦/۵۲	۰/٤۳۲
$\varphi(^\circ)$	۳٤	٤۲/۵	۳۸/۷۳۸	۳/۲۱۹	۳٤	٤۲/۵	۳۹/۵۵	۲/۷٤۳
q_u (kPa)	۵۸/۵	٤۲۳/٦	۱۹۰/٦۱۱	۹۷/۳۹٦	۷۰/۹۱	۲۷٦/۳	۱۸٤/۹۱۱	٦۹/۷۵۸

جدول ۳ نتایج حاصل از روش برنامه الگوریتم ژنتیک برای تخمین ظرفیت باربری نهایی پی‌های سطحی [۱۵]

مدل	مجموعه داده‌های آموزش	مجموعه داده‌های آزمون
	RMSE (kN)	RMSE (kN)
Genetic programming (GP)	۱٤/۸	۱٤/۰
Weighted genetic programming (WGP)	۹/٦۱	۱۱/۸
Soft-computing polynomials (SCP)	۱۱/۵	۱۱/۱

شاخص‌های ارزیابی عملکرد مدل. برای ارزیابی دقت مدل تولیدشده از شاخص‌های آماری از قبیل ضریب همبستگی (CC)، ریشهٔ میانگین مربعات خطا (RMSE) و متوسط خطای مطلق (MAE) استفاده شد. مقادیر این پارامترها از روابط زیر به‌دست می‌آید:

$$CC = \frac{\sum_{i=1}^{n}[(s_i - \bar{s}_i)(c_i - \bar{c}_i)]}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(s_i - \bar{s}_i)^2 (c_i - \bar{c}_i)^2}} \quad (۸)$$

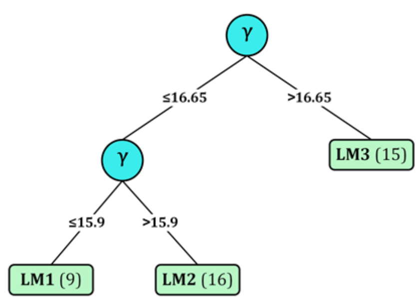
$$RMSE = \left(\frac{\sum_{i=1}^{n}(s_i - c_i)^2}{n}\right)^{0.5} \quad (۹)$$

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^{n}|s_i - c_i|}{n} \quad (۱۰)$$

که در این روابط، $\bar{c}_i$ میانگین مقدار مشاهداتی متغیر، $\bar{s}_i$ میانگین مقدار محاسبه‌شده توسط مدل، s_i مقدار محاسبه‌شده متغیر توسط مدل، c_i مقدار مشاهداتی (واقعی) متغیر و n تعداد داده‌های مشاهداتی است.

نتایج مدل

شکل(۲) درخت حاصل از کاربرد مدل M5P را نشان می‌دهد، در این شکل دایره‌ها نشانگر گره‌های تقسیم و مستطیل‌ها معرف گره نهایی یا برگ‌ها هستند. شرایط مرزی هر تقسیم بر روی شاخه‌ها یا خطوط اتصال مشخص گردیده است. شمارهٔ هر برگ، نشانگر یک رابطهٔ رگرسیونی خطی خاص است و عدد داخل پرانتز در هر برگ مربوط به تعداد داده‌هایی است که در هر برگ وجود دارد. همان‌طور که مشاهده می‌شود ۳ قانون ایجاد شده است (روابط ۱۱ تا ۱۳).



شکل ۲ درخت حاصل از کاربرد مدل M5P

نتایج تحلیل‌های آماری مدل درختی ایجادشده و هم‌چنین نتایج حاصل از روابط تحلیلی، در جدول (٤) ارائه شده است. در شکل (۳) نیز مقادیر پیش‌بینی و اندازه‌گیری‌شده توسط مدل درختی M5P و روابط Meyerhof، Vesic و Hansen برای کل مجموعه داده‌ها مقایسه شده است. ملاحظه می‌گردد که روش مدل درختی نسبت به هر سه رابطهٔ کلاسیک با دقت خیلی بالاتری توانسته است ظرفیت باربری پی‌های

سطحی را آموزش‌دیده و پیش‌بینی نماید.

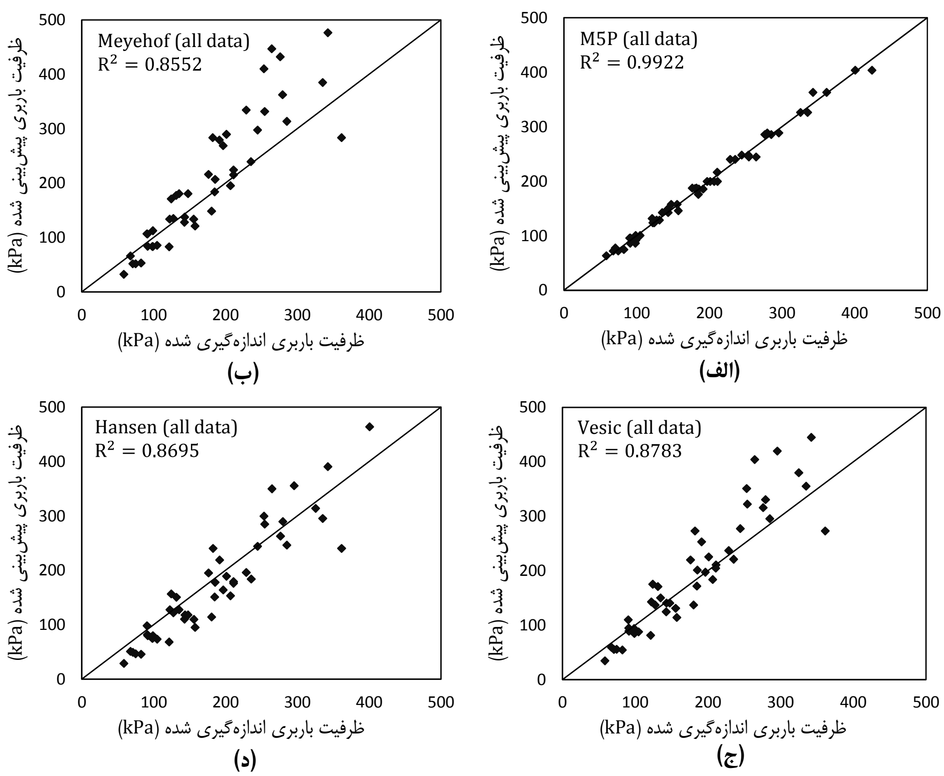
$$\text{LM1: if } \gamma \leq 15.9 \quad \text{then } q_u = (502.6418 \times D) + 48.4988 \qquad (۱۲)$$

$$\text{LM2: if } 15.9 < \gamma \leq 16.65 \quad \text{then } q_u = (432.7071 \times B) + (598.9093 \times D) + (142.6164 \times \gamma) - 2264.3851 \qquad (۱۳)$$

$$\text{LM3: if } \gamma > 16.65 \quad \text{then } q_u = (987.238 \times B) + (1033.3307 \times D) + (136.0887 \times \gamma) - 2228.3015 \qquad (۱۴)$$

جدول ٤ نتایج عملکرد مدل‌های مختلف در قالب شاخص‌های آماری

مدل	CC	RMSE (KN)	MAE (KN)
M5P (داده‌های آموزش)	۰/۹۹٦٦	۷/۹۲	٦/٤٤
M5P (داده‌های آزمون)	۰/۹۹۱۷	۸/٥٤	٦/٤۰
M5P (کل داده‌ها)	۰/۹۹٦۱	۸/۰٥	٦/٤۳
Meyerhof (کل داده‌ها)	۰/۹۲٤۷	۹٥/٤۹	٦۱/٤۹
Vesic (کل داده‌ها)	۰/۹۲۷۲	٦۰/٦۸	۳۹/۷۸
Hansen (کل داده‌ها)	۰/۹۳۲٥	٤٤/٤۸	۳٥/۰۹



شکل ۳ مقایسه بین مقادیر اندازه‌گیری شده و پیش‌بینی‌شده برای کل داده‌ها توسط: (الف) مدل درختی M5P (ب) رابطهٔ Mayerhof، (ج) رابطهٔ Vesic، (د) رابطهٔ Hansen

جدول ۵ نتایج مدل درختی و روش‌های تحلیلی برای مجموعه داده‌های آزمون

داده‌های آزمون	ظرفیت باربری اندازه‌گیری شده (kPa)	ظرفیت باربری پیش‌بینی‌شده (kPa)			
		M5P	Mayerhof	Vesic	Hansen
۱	۲۰۱/۲	۱۹۹/٤۸	۲۸۹/٥٤	۲۲٥/۳۸	۱۸۹/۱۷
۲	۲۱۱	۲۱٦/٥	۲۲٤/۱٦	۲۰٤/۷۲	۱۷۹/۱۹
۳	۱٥۷/٥	۱٤٥/۷۱	۱۲۰/۸۸	۱۱٤/۰۷	۹٤/۹٦
٤	۲٤٤/٦	۲٤۷/۹۲	۲۹۷/۲۹	۲۷۷/٦۷	۲٤۳/۹۳
٥	۷۰/۹۱	۷۷/٦٥	٥۱/٦۸	٥٥/۱۹	٤۹/۲۷
٦	۹۸/۸	۱۰۰/٥٦	۱۱۲/۳	۹۳/۸۱	۷۹/۷٥
۷	۲۷٦/۳	۲۸٥/٥٥	٤۳۲/۰۲	۳۱٦/۲٤	۲٦۲/٥٤
۸	۲٦٤/٥	۲٤٤/۳۹	٤٤٦/۹۲	٤۰٤/۳٥	۳٤۹/٦۷
۹	۱۹٦/۸	۱۹۹/۳٦	۲٦۸/۸۹	۱۹۷/٤٤	۱٦٤/۰۱
۱۰	۱۲۷/٥	۱۲۸/۷۱	۱۳٤/۸٥	۱۳۷/۳۳	۱۲۲/۰۱
CC		۰/۹۹۱۷	۰/۹٤٤۸	۰/۹۳٦۳	۰/۹۲۷۸
RMSE		۸/٥۸	٦۸/۸٥	٥۰/۱۳	۳۸/۰۱
MAE		٦/٤۰	٦٤/۱۱	۳۱/۷۹	۲۸/٤۹

در جدول (۵) نیز نتایج حاصل از مدل درختی با نتایج حاصل از روابط Mayerhof، Vesic و Hansen برای داده‌های آزمون مقایسه شده است و هم‌چنان نشانگر عملکرد بهتر مدل ارائه‌شده در مقایسه با نتایج به‌دست آمده توسط سایر روش‌های موجود است.

نتیجه‌گیری

در این مقاله از مدل درختی M5P برای پیش‌بینی ظرفیت باربری پی‌های سطحی واقع بر خاک‌های دانه‌ای تحت اثر بار محوری استفاده شده است. مجموعه داده‌ها شامل ٥۰ نمونه از آزمایش‌های واقعی انجام‌شده برای آموزش و ارزیابی مدل مورد استفاده قرار گرفت. مقایسهٔ نتایج حاصل از مدل با مقادیر واقعی نشان می‌دهد که مدل درختی دارای دقت مناسبی در پیش‌بینی ظرفیت باربری پی‌های سطحی در محدودهٔ داده‌های مورد استفاده است، به‌طوری که در نتایج ارزیابی مدل بهینه بر روی داده‌های آزمایش، مقادیر CC=0.9917 و RMSE=8.54 kN به‌دست آمدند.

علاوه بر هم‌بستگی بسیار خوب نتایج مدل M5P با مقادیر واقعی، مقایسهٔ عملکرد این مدل با نتایج روابط Mayerhof، Vesic و Hansen، برتری مدل ارائه‌شده در این پژوهش را تأیید می‌کند. مزیت عمدهٔ مدل‌های درختی این است که برخلاف برخی از روش‌ها همانند شبکه‌های عصبی مصنوعی و ماشین‌های بردار پشتیبان می‌تواند به تولید قانون بپردازد. به عبارت دیگر مدل درختی برخلاف روش‌هایی مثل شبکه‌های عصبی مصنوعی که چگونگی عملکرد خود را ارائه نمی‌کنند، پیش‌بینی خود را در قالب قوانینی که از نظر پارامترهای آماری برازش مناسبی دارند ارائه می‌کند. بدین صورت این مدل می‌توانند جایگزین مناسبی برای تخمین ظرفیت باربری پی‌های سطحی تلقی شود و با توجه به محدودهٔ قرارگیری وزن واحد حجم خاک (γ) از قوانین ارائه شده استفاده کرد.

شایان ذکر است که این روش، مشابه سایر روش‌های مبتنی بر هوش مصنوعی، دامنهٔ کاربرد محدودی دارد، که این دامنه وابسته به داده‌هایی است

که برای ساخت مدل استفاده شده است. درنتیجه نتایج حاصل از این مدل تنها در محدودهٔ داده‌های آموزش قابل کاربرد است. با این حال، هنگامی که داده‌های جدید در دسترس قرار گیرد، مدل درختی M5P همواره قابل توسعه است و بدین وسیله می‌توان به نتایج جامع‌تری رسید.

فهرست نشانه‌ها

q_{ult}, q_u	ظرفیت باربری نهایی پی سطحی
γ	وزن واحد حجم خاک
D	عمق پی
B	عرض پی
N_c	ضریب چسبندگی ظرفیت باربری
N_q	ضریب سربار ظرفیت باربری
N_γ	ضریب چگالی ظرفیت باربری
$F_{\gamma s}$، F_{qs}، F_{cs}	ضرایب شکل پی
$F_{\gamma d}$، F_{qd}، F_{cd}	ضرایب عمق پی
$F_{\gamma i}$، F_{qi}، F_{ci}	ضرایب انحراف بار
K_p	ضریب فشار مقاوم خاک
T	دسته‌ای از نمونه‌ها که به گره می‌رسند
T_i	مجموعه‌های حاصل از تقسیم گره‌ها
sd	انحراف از معیار
$\bar{c}_i$	میانگین مقدار مشاهداتی متغیر
$\bar{s}_i$	میانگین مقدار محاسبه‌شده توسط مدل
s_i	مقدار محاسبه‌شده متغیر توسط مدل
c_i	مقدار مشاهداتی (واقعی) متغیر
n	تعداد داده‌های مشاهداتی

مراجع

1. Terzaghi, K., "Theoretical soil mechanics", John Wiley & Sons, New York, (1943).
2. Meyerhof, G.G., "Some recent research on the bearing capacity of foundations", *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 1, pp. 16-26, (1963).
3. Hansen, J.B., "A revised and extended formula for bearing capacity", Geoteknisk Institut, (1970).
4. Vesic, A.S. "Analysis of ultimate loads of shallow foundations", *Journal of The Soil Mechanics and Foundations Division*, ASCE, vol. 91, pp. 45-73, (1974).
5. Silvestri, V., "A limit equilibrium solution for bearing capacity of strip foundations on sand", *Canadian geotechnical journal*, vol. 40, pp. 351-361, (2003).
6. Bolton, M. and Lau, C., "Vertical bearing capacity factors for circular and strip footings on Mohr-Coulomb soil", *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 30, pp. 1024-1033, (1993).
7. Soubra, A.H., "Upper-bound solutions for bearing capacity of foundations", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, vol. 125, pp. 59-68, (1999).
8. Griffiths, D., "Computation of bearing capacity factors using finite elements", *Geotechnique*, vol. 32, pp. 195-202, (1982).
9. Kohestani, V.R. and Hassanlourad, M., "Modeling the Mechanical Behavior of Carbonate Sands Using Artificial Neural Networks and Support Vector Machines", *International Journal of Geomechanics,* vol. 16, pp.04015038, (2015).
10. Ardakani, A. and Kohestani, V.R., "Evaluation of liquefaction potential based on CPT results using

C4.5 decision tree", *Journal of AI and Data Mining*, vol. 3(1), pp. 82-89, (2015).

11. Kohestani, V.R., Hassanlourad, M., and Ardakani, A., "Evaluation of liquefaction potential based on CPT data using random forest", *Natural Hazards*, pp. 1-11 (2015).
12. Kalinli, A., Acar, M.C., and Gündüz, Z., "New approaches to determine the ultimate bearing capacity of shallow foundations based on artificial neural networks and ant colony optimization", *Engineering Geology*, vol. 117, pp. 29-38, (2011).
13. Padmini, D., Ilamparuthi, K., and Sudheer, K., "Ultimate bearing capacity prediction of shallow foundations on cohesionless soils using neurofuzzy models", *Computers and Geotechnics*, vol. 35, pp. 33-46, (2008).
14. Samui, P., "Application of statistical learning algorithms to ultimate bearing capacity of shallow foundation on cohesionless soil", *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, vol. 36, pp. 100-110, (2012).
15. Tsai, H. C., et al., "Determining ultimate bearing capacity of shallow foundations using a genetic programming system", *Neural Computing and Applications*, vol. 23, pp. 2073-2084, (2013).
16. Bonakdar, L. and Etemad-Shahidi, A., "Predicting wave run-up on rubble-mound structures using M5 model tree", *Ocean Engineering*, vol. 38, pp. 111-118, (2011).
17. Etemad-Shahidi, A. and Mahjoobi, J., "Comparison between M5′ model tree and neural networks for prediction of significant wave height in Lake Superior", *Ocean Engineering*, vol. 36, pp. 1175-1181, (2009).
18. Rahimikhoob, A., "Comparison between M5 Model Tree and Neural Networks for Estimating Reference Evapotranspiration in an Arid Environment", *Water Resources Management*, vol. 28, pp. 1-13, (2014).
19. Wolfs, V. and Willems, P., "Development of discharge-stage curves affected by hysteresis using time varying models, model trees and neural networks", *Environmental Modelling & Software*, vol. 55, pp. 107-119, (2014).
20. Larose, D.T., "Discovering knowledge in data: an introduction to data mining", John Wiley & Sons, (2005).
21. Quinlan, J.R., "Learning with continuous classes", *in Proceedings of the 5th Australian joint Conference on Artificial Intelligence*. Hobart: Singapore, (1992).
22. Wang, Y. and Witten, I.H., "Inducing model trees for continuous classes", *in Proceedings of the Ninth European Conference on Machine Learning*. Prague, Czech Republic: Springer, (1997).
23. Foye, K., Salgado, R., and Scott, B., "Assessment of variable uncertainties for reliability-based design of foundations", *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering*, vol. 132, pp. 1197-1207, (2006).

24. Gandhi, G., "Study of bearing capacity factors developed from lab. Experiments on shallow footings on cohesionless soils", Ph. D. Thesis, Shri GS Institute of Tech and Science, Indore (MP), (2003).
25. Shahin, M.A., Maier, H.R., and Jaksa, M.B., "Data division for developing neural networks applied to geotechnical engineering", *Journal of Computing in Civil Engineering,* vol. 18, pp. 105-114, (2004).
26. Witten ,I.H. and Frank, E., "Data Mining: Practical machine learning tools and techniques", Morgan Kaufman, (2005).